

**Probleme propuse de mine pentru pregătirea elevilor la Olimpiada Județeană de Matematică.**

**1. Fie  $x$  și  $y$  două numere naturale nenule. Aflați  $x + y$  știind că:**

**1)  $x=2y+1$**

**2)  $y$  este cu  $UC(45454^2)$  mai mic decât  $k$ .**

**3)  $K= 5^2*25 +1$**

**2. Doi pescari din Satu Mare pescuiesc  $n$  pești.**

**Dacă pescar<sub>1</sub> pescuiește  $x$  pești, pescar<sub>2</sub> pescuiește  $3x+1$  pești.**

**Dacă pescar<sub>1</sub> pescuiește  $x+1$  pești, pescar<sub>2</sub> pescuiește  $2x$  pești.**

**Arătați că al doilea pescar ar fi putut prinde a) 2000 pești**

**b) 31 pești**

**3. Arătați că  $n | n*(n+1)$ .**

**4. Dacă  $(a+b)_1 * (a+b+3)_{1700} = 15$  și  $a+b=2k+2$**

**Și notăm  $n_q$ ,  $q$  fiind numărul la care se împarte.**

**Aflați restul împ. lui  $a+b$  la 5.**

**Soluții: 1)  $UC(45454^2)=UC(4^2)=UC(16)=6$**

$$K=25*25+1=625+1=626$$

**Dacă Y este cu 6 mai mic decât 626=>y=620**

$$X=2*620+1=1240+1=1241$$

$$X+y=620+1241= 1861$$

**2) Să luăm invers cazul 2:  $2x$  este mereu par => dacă pescar 2 pescuiește un număr par  $2 * x$ , unde  $x =$  par sau  $x =$  impar => pescar 1 pescuiește  $x$ .**

**Cel mai mic număr  $2x$  e  $N^*$  este 2, apoi 4,6,8,..., $2x$**

**Împartim la 2 și avem  $x$  e  $\{1,2,3,...x\}$ =>  $x+1$  e  $\{2,3,4,...x+1\}$**

$$\text{Cum } 2000 = 2x = 2 * 1000 \Rightarrow x=1000$$

**=>1000+1=1001 =  $x+1$  => pescar 2 poate pescui 2000 pești.**

**Cum  $31=30+1 \Leftrightarrow 3x+1 \Rightarrow 3x=30 \Rightarrow x=10 \Rightarrow$  pescar 2 poate pescui 31 pești.**

$$3) n*(n+1) = n^2+n= n*n+n \text{ și } n | n*n+n$$

**4) restul la împ. cu 2 nu poate să fie 2 => se divide cu 2  
=> restul împ. multiplilor de 2 la 5.**

$$\text{Atunci } M_2=\{0;2;4;6;...2k\}$$

**Restul poate fi 4 (exemplu  $14:5 = 5 \cdot 2 + 4$ )**

**Restul poate fi 2 (exemplu  $12:5 = 5 \cdot 2 + 2$ )**

**Restul poate fi 0 (exemplu  $30:5 = 6$ )**

**...**